

PROPUNERI ITEMI PENTRU SUBIECT MATEROM
Clasa a VI-a-FORMA FINALA+SOLUȚII / 2014

1. Știind că $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+2} = \frac{5}{6}$, aflați $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{b+2}$.

2. Într-un port erau ancorate patru vapoare. În ziua de 2 ianuarie 2012, la amiază, toate patru au parasit portul. Se știe că primul vapor revine în portul respectiv din patru în patru săptămâni, al doilea din 6 în 8 săptămâni, al treilea la fiecare 12 săptămâni, al patrulea la 16 săptămâni. La ce dată s-au întâlnit din nou în port toate cele patru vapoare?

3. O femeie se ducea la piață să vândă un cos cu ouă. Un trecător neatent a imbrăncit-o, cosul i-a scăpat din mâini, iar ouăle, bineînțeles s-au spart. Vinovatul vrand s-o despagubească, a întrebat-o:

- Câte ouă ai avut în cos?

- Nu-mi aduc aminte,- i-a răspuns femeia – dar știu că dacă le scoteam câte 2, câte 3, câte 4 sau câte 5, în cos îmi rămânea un singur ou, iar dacă le scoteam câte 7- nu rămânea nici unul. Câte ouă erau?

4. În fiecare an un anumit negustor cheltuiește 100 de lire sterline pentru întreținerea familiei, dar își sporește restul averii cu o treime. După trei ani constată că și-a dublat averia. Se pune întrebarea: câți bani a avut la început?

5. Un negustor a trecut prin trei orașe: în primul oraș i-au luat drept vamă jumătate plus o treime din banii pe care-i avea; în al doilea, jumătate plus o treime din ce i-a mai rămas, iar în al treilea oraș i-au luat din nou jumătate plus o treime din ceea ce mai avea. Ajuns acasă constată că mai are 11 bani.

Câți bani a avut la început negustorul?

6. „...Ba mai pune-ți poftă-n cui! Mai bine să ne întrecem din trântă!

- Din trântă? Doar dacă ți-e greu de viață! Ascultă. Eu am un unchi, moș Ursila, bătrân de 999 de ani și 52 de săptămâni și de-l vei putea trânti pe dansul, atunci să te întreci și cu mine, dar cred că ți-a da pe nas!...”

(I. Creanga – Danila Prepeleac)

Dacă $\frac{1}{5}$ din vârsta lui moș Ursila întrece cu 170 de ani $\frac{3}{5}$ din vârsta lui Danila, ce vârstă avea acesta?

7. În 20 de zile un elev rezolvă n probleme pe zi. Lucrând câte $n+3$ probleme pe zi, el le termină în 15 zile. Câte probleme a avut de rezolvat?

8. Să se găsească trei numere, știind că raportul dintre primul și al doilea este $\frac{4}{3}$ și raportul

dintre doilea și al treilea este $\frac{9}{7}$, iar suma lor este 504.

9. A, B, C, D sunt patru localitati in aceasta ordine de la stanga la dreapta. Drumul de la A la B este de trei ori mai mic decat cel de la B la D, iar drumul de la C la D este de cinci ori mai mic decat drumul de la A la C. Daca distanta intre B si C masoara 42 km, aflati lungimea intregului traseu A-D.

10. Un pescar a prins un peste despre care spune: "Coada are 1 kg, capul cantareste cat jumatate din corp, iar corpul cantareste cat capul si coada la un loc". Cat cantareste pestele?

11. Dintre toate florile de lotus culese, o treime a primit zeul Shiva, o cincime zeul Vishnu, o sesime zeul Soarelui, de o patrime s-a bucurat Bhavani si ultimele 6 au fost oferite venerabilului invatator. Cate flori de lotus s-au cules?

12. Fie numerele naturale x, y, z astfel incat y reprezinta 30% din x si 150% din z .

a) Aratati ca x, y, z sunt direct proportionale cu 10, 3 si 2.

b) Aflati x, y, z stiind ca $(x - y)(x - z)(y - z) = 1512$

13. Fie numerele naturale x, y, z astfel incat z reprezinta 75% din x si 125% din y .

a) Aratati ca x, y, z sunt invers proportionale cu 3, 5 si 4.

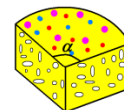
b) Aflati x, y, z stiind ca $3x + 5y - 4z = 120$

14. Intr-o clasa, numarul absentilor $\frac{1}{6}$ este din numarul celor prezenti. Daca ar mai lipsi un elev, atunci numarul absentilor ar fi $\frac{1}{5}$ din numarul celor prezenti. Care este efectivul clasei?

15. Aflati cati puieti de brad au fost plantati intr-o parcela de padure, stiind ca 75% din puietii plantati nu ating varsta de 40 de ani, doar 21,2% din arborii care au depasit 40 de ani ajung la varsta de 100 de ani si in parcela sunt 530 de brazii de 100 de ani.

16. Intr-o clasa numarul baietilor este cat o treime din numarul fetelor. La un test suma notelor obtinute este 241. Stiind ca elevii au obtinut numai note de 8, 9 si 10 determinati cati baieti si cate fete sunt in clasa.

17. Un soarece a furat intr-o zi de luni o bucata de cascaval sub forma unui sector de cerc de



unghi propriu ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)

Apoi, după ce a trasat bisectoarea unghiului α , a mincat una din bucatile obtinute; marți a marcat iar bisectoarea unghiului la bucata ramasa si a mincat una din cele doua bucati; miercuri a repetat procedeul și tot așa mai departe până ce i-a rămas, după ce s-a ospătat si

duminica, o felie sub forma unui sector de cerc cu măsura unghiului la centru un număr natural. Câte „grade” a avut cascavalul soricelului?

18. Câte pătrate se regasesc pe o tablă de șah?

19. Intre garile A si B se gasesc 2012 stalpi de piatra egal departati $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{2012}$, in aceasta ordine. Se stie ca $AM_1 = M_{2012}B$.

a) Determinati pozitia mijlocului distantei dintre cele doua gari, fata de acest stalpi.

b) La mijlocul distantei dintre cele doua gari se afla o halta, pana la care sint 12,4 km. Daca distanta dintre doi stalpi succesivi este de 10 m, cati kilometri sint de la ultimul stalp la gara B?

20. Un segment de 98 cm este construit din segmente care au cate 5 cm sau 7 cm. Aflați câte segmente sunt de fiecare fel.

21. $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2012}$ sunt puncte în această ordine pe dreapta d , încât $A_1A_2 = 1$ cm, $A_2A_3 = 2$ cm, $A_3A_4 = 3$ cm, $\dots, A_{2011}A_{2012} = 2011$ cm. Calculați lungimea segmentului $[A_1A_{2012}]$.

22. „A fost odată ca niciodată un împărat mare peste ținuturile pustii. Împăratul avea un fecior tare vrednic și înțelept. Împăratul Duster, văzând că feciorul își dorea o mașină grozavă, îl puse să construiască un pod peste o mare. Feciorul se puse imediat pe lucru: în prima zi făcu 1 m de pod; a doua zi a făcut dublu față de cât a făcut în prima zi; a treia zi a făcut dublu față de cât făcuse cu o zi în urma, că tare se grăbea feciorul; a patra zi a făcut dublu față de cât a făcut a treia zi; și tot așa mai departe până a terminat podul de peste mare, că tare zorit mai era feciorul de împărat.”

a) Câți metri de pod a făcut în total în primele cinci zile? Scrieți o relație algebrică care să reprezinte lungimea podului.

b) Dacă podul are lungimea de 1023 m, aflați în câte zile feciorul împăratului a terminat podul peste mare.

23. Sunt 17 coșulețe de mărimi diferite în care trebuie puse ouă de ciocolată, astfel încât în fiecare coșuleț să fie un număr diferit de ouă. Care este numărul minim de ouă necesar pentru a îndeplini condiția?

24. Într-un vas se află 12 l de soluție de apă cu sare având concentrația de 8%. Prin fierbere, s-au evaporat 4 l de apă. Care este concentrația soluției rămase în vas?

25. Un teren dreptunghiular are lungimea de 120m și lățimea de 64m.

a) Desenați terenul la scara de 1: 4000.

b) Se împarte terenul în două parcele de aceeași arie. Indicați prin desen trei moduri distincte de a face împărțirea. Determinați în acest caz aria uneia din parcele.

26. Să se afle trei numere naturale, a căror sumă este 96 și care sunt direct proporționale cu 3 numere consecutive.

27. Numerele naturale nenule x, y, z sunt direct proporționale cu numerele naturale a, b, c și $x < y < z$. Aflați x, y, z știind că : $a > 1$; $abc - a^2c = 10$ și $90 < x+y+z < 109$.

28. Un brad în vârstă de 5 ani are înălțimea de 100cm. În fiecare an bradul crește în înălțime cu 20%. Ce înălțime va avea bradul la vârsta de 10 ani?

29. Fie rapoartele $\frac{x_1}{y_1} = 1, \frac{x_2}{y_2} = 2, \frac{x_3}{y_3} = 3, \dots, \frac{x_n}{y_n} = n, n \in \mathbb{N}^*$. Calculați valoarea rapoartelor:

a) $a = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{y_1 + 2y_2 + 3y_3 + \dots + ny_n}$;

b) $b = \frac{nx_1x_2x_3\dots x_n}{y_1y_2x_3\dots x_n + x_1y_2y_3x_4\dots x_n + \dots + x_1x_2\dots x_{n-2}y_{n-1}y_n}$.

30. Un gănsac salută un cârd de berze: "Bună ziua 100 de berze". Barza care zbura în fruntea cârdului îi răspunde: "Nu suntem 100. Dacă am fi încă o dată pe atâtea și încă jumătate și încă un sfert din câte suntem și încă și tu cu noi atunci am fi 100". Câte berze sunt în cârd?

31. Arătați că dacă $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ și $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, atunci $\frac{a}{b} < \frac{ma + nc}{mb + nd} < \frac{c}{d}$, oricare ar fi $m, n \in \mathbb{Q}^*$.

32. Să se determine $x, y \in \mathbb{N}$, pentru care $\frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y+1} \in \mathbb{N}$.

33. Dacă $\frac{a}{b} = \frac{13}{12}$ atunci $\frac{3a-b}{4a+b}$ este cubul unui numar rational

34. Dacă $\frac{a}{b} = \frac{41}{107}$ atunci $\frac{3a-b}{b-2a}$ este patratul unui numar rational.

35. Stiind ca a, b, x sunt numere rationale pozitive astfel incat $2a = 3b = x(a + b)$ determinati valoarea lui x .

36. Determinati numerele x, y, z stiind ca $x - y = \frac{y + z}{4} = \frac{z}{3}$ si $x + 2y = 24$

37. Intr-o clasa sunt cu 12 baieti mai mult decat fete, iar fetele reprezinta 30 % din numarul elevilor. Cati elevi sunt in clasa?

38. Gasiti suma a 100 numere consecutive stiind ca primul si ultimul sunt direct proportionale cu $0,3$ si $0,8(3)$.

39. Determinati numerele x, y, z, t, u avand suma 123 stiind ca primele trei sunt direct proportionale cu 2,3,4 iar ultimele trei sunt invers proportionale cu 2, 3, 4.

40. Pe o dreaptă d se consideră punctele distincte A_0, A_1, \dots, A_{50} astfel încât $A_0A_1 = A_1A_2 = \dots = A_{49}A_{50} = 1$ cm.

a) Să se calculeze lungimea segmentului $A_{18}A_{31}$.

b) Câte dintre segmentele determinate de punctele date au ca mijloc punctul A_{21} ?

c) Care este mijlocul segmentului $A_{11}A_{29}$?

41. Dacă AB și BC sunt 2 drepte concurente și (BM este bisectoarea unghiului ABC , iar BM și BN sunt drepte perpendiculare, să se arate că (BN este bisectoarea unghiului suplementar și adiacent unghiului ABC).

42. Fie triunghiul isoscel ABC cu $m(\sphericalangle A) > 90^\circ$. Din A construim $AD \perp AC$, $D \in BC$, $AE \perp AB$, $E \in BC$. Fie H intersecția dreptelor ce includ înălțimile din E în triunghiul AEC și respectiv din D în triunghiul ADB . Sa se arate ca:

a) $AH \perp BC$;

b) $AE \perp HC$.

43. Pe segmentul $[AB]$ de lungime 1 se iau punctele M_1, M_2, \dots, M_n astfel încât $AM_1 = \frac{2}{3}AB$; $M_1M_2 = \frac{2}{3}M_1B$, $M_2M_3 = \frac{2}{3}M_2B$, \dots , $M_{n-1}M_n = \frac{2}{3}M_{n-1}B$, $M_n \in [M_{n-1}B]$.

a) Determinați lungimea segmentului M_nB .

b) Arătați că $\frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} = \frac{3^n - 1}{3^n}$.

44.a) Să se determine numărul natural de 3 cifre (scris în baza 10) știind că în baza 9 se scrie \overline{xyx} și în baza 13 se scrie \overline{yxy} .

b) Să se afle măsurile a 3 unghiuri știind că acestea sunt invers proporționale cu $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ și $\frac{1}{5}$

(cu x și y determinate la subpunctul anterior) și suma măsurilor lor este 90° .

45. În interiorul unghiului AOB cu măsura de 90° se consideră semidreapta $(OC$ astfel încât $m(\widehat{AOC}) = 55^\circ 30'$. Dacă P este un punct din interiorul unghiului BOC , câte poziții poate ocupa semidreapta $(OP$ astfel încât $m(\widehat{AOP}) = n^\circ$, $n \in \mathbb{N}$?

46. În interiorul unghiului C_1OA se consideră semidreptele $(OC_1, (OC_2, \dots, (OC_n$ astfel încât $m(\widehat{C_1OC_2}) = 1^\circ$, $m(\widehat{C_2OC_3}) = 2^\circ$, \dots , $m(\widehat{C_nOA}) = n^\circ$. Să se determine $n \in \mathbb{N}$ pentru care $m(\widehat{C_1OA}) = 120^\circ$.

47. Localitățile A, B, C sunt unite prin drumuri în linie dreaptă a căror lungime se exprimă printr-un număr natural de kilometri. Știind că un traseu complet din A în A prin toate celelalte varfuri o singură dată măsoară 5 km, justificați că triunghiul ABC este isoscel.

48. Fie C, D pe segmentul (AB) cu $AC = 4$ cm. Dacă segmentele (AB) și (CD) au același mijloc, determinați lungimea segmentului (BD) .

49. Determinați măsurile a două unghiuri complementare știind că raportul măsurilor lor este de $\frac{2}{3}$.

50. Determinați măsurile a două unghiuri suplementare știind că măsurile lor sunt direct proporționale cu 5 și 7.

51. Aflati masura unghiului format de bisectoarele a doua unghiuri adiacente stiind ca masura unghiului suma este de 100 grade.
52. Doua unghiuri suplementare au raportul masurilor egal cu $\frac{0,3(6)}{0,6(3)}$. Aflati masurile unghiurilor.
53. Complementul suplementului unui unghi are masura de 40 grade. Gasiti masura unghiului.
54. Determinati masurile a patru unghiuri in jurul punctului O , stiind ca sunt direct proportionale cu $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$.
55. Determinati masura unghiului format de acele unui ceasornic care arata ora 12:30.
56. Diferenta masurilor a doua dintre unghiurile formate la intersectia a doua drepte concurente este de 40 de grade. Determinati masurile unghiurilor.
57. Pe dreapta d se aleg punctele A, B, C in aceasta ordine si de aceeasi punctele D si E astfel incat unghiul DBE este drept. Stiind ca $m(\angle ABD) = 2m(\angle EBC)$, determinati masura unghiului format de bisectoarele unghiurilor ABD si EBC.
58. Un triunghi isoscel are lungimele a doua laturi egale cu 3cm si 10 cm. Determinati perimetrul triunghiului .
59. Se stie ca $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, iar M este mijlocul lui (BC) si N este mijlocul lui (EF). Demonstrati ca AM=DN.
60. Se considera 6 puncte situate pe un cerc. Cate drepte determina acestea? Dar triunghiuri ?
61. In triunghiul ABC punctul M este mijlocul laturii (BC) iar punctul N este simetricul punctului A fata de punctul M. Demonstrati ca AB=NC.
62. Aratati ca fractia $\frac{8n+7}{12n+10}$ este ireductibila.
63. Demonstrati ca fractia $\frac{12121215}{18181822}$ este ireductibila.
64. Prin uscare iarba pierde 40 % din masa sa. Din ce cantitate de iarba se obtin 120 kg iarba uscata.
65. Ioana culege o ladita de capsuni in 20 minute, iar Denisa culege o ladita de capsuni intr-o ora. In cat timp vor culege impreuna o ladita de capsuni ?

66. 24 robinete vor umple un bazin in 10 ore. In cat timp vor umple acelasi bazin 15 robinete cu acelasi debit?

67. La un spectacol de teatru, din cele 1800 de bilete s-au vandut 60 %. Cate bilete au ramas nevandute ?

68. Determinati suma a 25 de numere naturale consecutive stiind ca primul si al patrulea numar sunt direct proportionale cu 4 si 5.

69. Intr-o urna sunt 12 bile albe si 18 bile negre. Gasiti probabilitatea urmatoarelor evenimente:

a) extragerea unei bile albe

b) extragerea unei bile albe stiind ca prima bila extrasa este alba.

70. Calculati media aritmetica a numerelor $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{91}$ si $b = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{90}{91}$

71. Determinati x din ecuatia $x \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10} \right) = 1$

72. Un produs costa 760 lei. Costul produsului se majoreaza cu 5 % , iar dupa un timp se reduce cu 5%. Determinati pretul actual al produsului.

73. Se considera rapoartele $\frac{a}{b} = \frac{3}{7}; \frac{b}{c} = \frac{21}{25}$

a) demonstrati ca ac este un numar patrat perfect.

b) determinati numerele a,b,c stiind ca a+b+c=110.

74. 6 muncitori pot termina o lucrare in 30 de zile. Dupa 5 zile, se adauga inca 9 muncitori. In cat timp se termina lucrarea ?

75. Determinati numerele naturale a si b stiind ca $2a+3b=180$ si $(a,b)=12$.

76. Demonstrati ca numerele $a = 2^{n+1} \cdot 5^n + 1; b = 2^n \cdot 5^{n+1} + 1$ nu sunt prime intre ele.

77. Se considera numarul $A=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25$. Determinati cel mai mare numar de forma 10^n care divide numarul A.

78. Aratati ca \overline{abcd} se divide cu 13 stiind ca $\overline{cd} = 4 \cdot \overline{ab}$

79. Numerele rationale a,b c sunt direct proportionale cu 3,4 si 5 si satisfac relatia $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Aratati ca $3a+4b+5c=6$

80. Determinati numerele naturale x,y,z stiind ca $x^2 + y^2 + z^2 = 179$ si $\frac{x+3}{x} = \frac{y+7}{y} = \frac{z+11}{z}$

81. Daca a= 25% din b aflati cat la suta reprezinta b din a+b?

82. Gasiti trei numere naturale mai mici decat 51 a caror suma este 144 si sunt direct proportionale cu trei numere consecutive.

83. Gasiti numerele pozitive a,b,c,d dau sunt invers proportionale cu 2,3,5 si 7 iar $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{5}{z} + \frac{7}{t} = 29$

84. Aratati ca $\frac{2x}{3y} = \frac{8}{15} \leftrightarrow \frac{y-x}{y+2x} = \frac{1}{13}$

85. Aflati numerele naturale x,y stiind ca ele sunt invers proportionale cu 0,1 si $\frac{1}{8}$ si c.m.m.m.c. al lor este 20.

86. Gasiti suma a 100 numere naturale consecutive stiind ca primul si ultimul sunt invers proportionale cu $\frac{1}{5}$ si $\frac{1}{6}$

87. Un drumet a mers 30 % din drum si mai are de parcurs cu 28 km mai mult decat a mers deja. Cati km are drumul ?

88. Determinati cea mai mare fractie ireductibila $\frac{a}{b}$, stiind ca $\frac{b}{a} \cdot \frac{49}{72}$ si $\frac{63}{40} \cdot \frac{a}{b}$

sunt numere naturale.

89. Determinati numerele rationale a,b,c astfel incat a+b, b+c, c+a sa fie direct proportionale

cu 5,9,12 si $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{11}{2}$

90. Determinati numerele naturale a si b astfel incat $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 14}{2^a \cdot 3^b}$ sa fie numar natural.

Solutii

1. $7/6$.

2. R: $[4,8,12,16]=48$ saptamani. Vapoarele se vor intalni in port la 3 decembrie 2012

3. R: $[2,3,4,5]=60$. Multiplul de 7 cu 1 mai mare decat un multiplu de 60 este 301.

$$4. \text{ R: An 1: } x - 100 + \frac{x - 100}{3} = \frac{4x - 400}{3}$$

$$\text{An 2: } \frac{4x - 700}{3} + \frac{4x - 700}{9} = \frac{16x - 2800}{9}$$

$$\text{An 3: } \frac{16x - 3700}{9} + \frac{16x - 3700}{27} = \frac{64x - 14800}{27}$$

$$\frac{64x - 14800}{27} = 2x \Rightarrow x = 1480$$

$$5. \text{ R: Oras 1: } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Oras 2: } \frac{5}{6} \left(1 - \frac{5}{6}\right) = \frac{5}{36}$$

$$\text{Oras 3: } \frac{5}{6} \left[1 - \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{36}\right)\right] = \frac{5}{216}$$

Ultimul rest: $1 - \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{36} + \frac{5}{216}\right) = \frac{1}{216}$ reprezinta 11 bani. Deci, suma initiala a fost 2376.

$$6. \text{ R: } \frac{1}{5} \cdot 1000 - 170 = 3x \Rightarrow x = 50$$

$$7. \text{ R: } \frac{20}{15} = \frac{n+3}{n} \Rightarrow n = 9 \Rightarrow 180 \text{ de probleme.}$$

$$8. \text{ R: } \frac{a}{12} = \frac{b}{9} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{12+9+7} = \frac{504}{28} = 18 \Rightarrow a = 216, b = 162, c = 126.$$

$$9. BD = 3AB, AD = 4AB, AC = 5CD, AD = 6CD, BC = AD - AB - CD = \frac{7AD}{12} \Rightarrow AD = 72km.$$

$$10. \text{ R: } 1 + \frac{1}{2}c = c \Rightarrow c = 2, \quad 1 + 2 + 1 = 4kg$$

$$11. \text{ R: } \frac{3}{60}x = 6 \Rightarrow x = 120$$

$$12. \text{ R: b) } x=30, y=9, z=6$$

13. R: b) $x=40, y=24, z=30$.

14. R: $\frac{1}{6}n+1 = \frac{1}{5}n \Rightarrow n = 30$

15. R: $\frac{21,2}{100} \cdot \frac{25}{100}n = 530 \Rightarrow n = 1000$

16. R: $b = \frac{4}{3}f \Rightarrow \frac{7f}{3} \cdot 8 \leq 241 \leq \frac{7f}{3} \cdot 10 \Rightarrow f = 12, b = 16$

17. R: $\frac{1}{2^7} \cdot \alpha \in N \Rightarrow \alpha = 128^0$.

18. R: $l = 8 \rightarrow 1$ patrat, $l = 7 \rightarrow 4$ patrate, $l = 6 \rightarrow 9$ patrate, $l = 5 \rightarrow 16$ patrate, $l = 4 \rightarrow 25$ patrate, $l = 3 \rightarrow 36$ patrate, $l = 2 \rightarrow 49$ patrate, $l = 1 \rightarrow 64$ patrate. Total $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 = 204$ patrate.

19. R: a) $\frac{M_{1006}M_{1007}}{2}$; b) $12400 - [5 + 10 \cdot (2012 - 1007)] = 345m = 0,345km$.

20. R: $5a + 7b = 98 \Rightarrow a = 7, b = 9$ sau $a = 14, b = 4$.

21. Se observa ca $A_n A_{n+1} = n \text{ cm}$. Atunci: $A_{19}A_{202} = A_{19}A_{20} + A_{20}A_{21} + A_{21}A_{22} + \dots + A_{201}A_{202} = (19+20+21+\dots+201) \text{ cm} = (19+201) \cdot (201-19+1)/2 = 220 \cdot 183 = 40260 \text{ cm} = 402,6 \text{ m}$

22. R: a) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1 = 31$, $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$

b) $2^{n+1} - 1 = 1023 \Rightarrow n = 9 \Rightarrow 10$ zile

23. R: Punem cosuletele unul in altul, cel mic il lasam gol, in spatiul liber din fiecare cosulet incepand cu al doilea punem cate un ou, astfel folosim 16 oua.

24. R: 12%

25. R: $L = 3cm, l = 1,6cm, A = 3840m^2$

26. R: $\frac{a}{n} = \frac{b}{n+1} = \frac{c}{n+2} = \frac{96}{3(n+1)} \Rightarrow a = 16, b = 32, c = 48$ sau $a = 24, b = 32, c = 40$

sau $a = 28, b = 32, c = 36$ sau $a = 30, b = 32, c = 34$ sau $a = 31, b = 32, c = 33$

27. R: $x = 20, y = 30, z = 50$

28. R: 248,832cm

29. R: $a = 1, b = \frac{n^2}{n-1}$.

30. R: $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \Rightarrow x = 36$.

31. R: calcul

32. R: $x = y = 0, \quad x = y = 1$

33. R: $\frac{3a-b}{4a+b} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$

34. R: $\frac{3a-b}{b-2a} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$

35. R: $x = \frac{6}{5}$

36. R: $x = 12, y = 6, z = 18$.

37. R: $f = 9, b = 21 \Rightarrow 30$ elevi

38. R: $S = 11550$

39. R: $x = 18, y = 27, z = 36, t = 24, u = 18$.

40. R: a) $A_{18}A_{31} = 13$, b) 21, c) A_{20}

41. R: Unghiurile determinate de BN in suplementul $\angle ABC$ sunt complementare cu unghiurile determinate de bisectoarea $\angle ABC$.

42. R: a) Se arata ca AH este bisectoarea $\angle DAE$, $\triangle DAE$ isoscel, deci $AH \perp BC$.

b) E ortocentrul $\triangle HAC \Rightarrow AE \perp HC$.

43. R: a) $M_n B = \frac{1}{3^n}$

b) Fie $S = \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n}$. Inmultim relatia cu $\frac{1}{3}$, efectuam $S - \frac{1}{3}S$ si obtinem $S = \frac{3^n - 1}{3^n}$

44. R: a) 601, $x = 7, y = 3$ b) $42^0, 18^0, 30^0$.

45. R: $m(\widehat{BOC}) = 34^0 30'$, 34 de posibilități.

46. R: $m(\widehat{C_1OA}) = n \cdot (n+1): 2 \Rightarrow n = 15$.

47. R: $5 = 2 + 2 + 1$.

48. R: $BD=4$

49. R: $36^{\circ}, 54^{\circ}$.

50. R: $75^{\circ}, 105^{\circ}$.

51. R: 50°

52. R: $66^{\circ}, 114^{\circ}$

53. R: 130° .

54. R: $144^{\circ}, 96^{\circ}, 72^{\circ}, 48^{\circ}$

55. R: 180° .

56. R: $110^{\circ}, 70^{\circ}$

57. R: 135° .

58. R: 23cm

59. R: $\triangle ABM \equiv \triangle DEN \Rightarrow AM = DN$.

60. R: 15 drepte, 20 triunghiuri.

61. R: $\triangle AMB \equiv \triangle NMC \Rightarrow AB = NC$

62. R: $d/3(8n+7) - 2(12n+10) \Rightarrow d/1 \Rightarrow d=1$

63. R: $d/3(12n+3) - 2(18n+4) \Rightarrow d/1 \Rightarrow d=1$.

64. R: 200 kg

65. R: 15 minute

66. R: 16 ore

67. R: 720 bilete

68. R: 600

69. R: a) $P = \frac{12}{30}$ b) $P = \frac{11}{29}$.

70. R: 45

71. R: $x = \frac{10}{9}$

72. R: 758,1

73.

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = k, \frac{b}{21} = \frac{c}{25} \Rightarrow a = 3k, b = 7k, c = \frac{25k}{3}$$

a) $ac = (5k)^2$

b) $a = 18, b = 42, c = 50$

74. R: 10 zile

75. R: $a=72, b=12$.

76. R: Se arata ca numerele sunt divizibile cu 3.

77. R: $(2 \cdot 5)^6 / A \Rightarrow 10^6 / n$

78. R: $\overline{abcd} = 13 \cdot \overline{8ab} : 13$

79. R: $a = \frac{3}{5}, b = \frac{4}{5}, c = \frac{1}{5}$. Acestea verifica reatia data.

80. R: $x = 3, y = 7, z = 11$

81. R: 80%

82. R: $a=46, b=48, c=50$ si $a=47, b=48, c=49$.

83. R: $a = \frac{3}{2}, b = 1, c = \frac{3}{5}, d = \frac{3}{7}$

84. R: $\frac{x}{24} = \frac{y}{30} \Rightarrow x = 24k, y = 30k$ care verifica relatia data.

85. R: $x = 5, y = 4$.

86. R: 54450

87. R: 70 km

88. R: $a = (49,63), b = [40,72] \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{360}$.

89. R: $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{5} = \frac{c+a}{5} = k \Rightarrow 2a + 2b + 2c = 26k \Rightarrow a = 16, b = 4, c = 32$.

90. R: $a \in \{0,1,\dots,11\}, b \in \{0,1,\dots,5\}$.